第２講　三角比

【CHECK & UP】

1　△ABC について，次の問いに答えよ．

(1)　$\sin A=\frac{5\sqrt{7}}{16}$ のとき，$\cos A$ の値を求めよ．ただし，∠A は鈍角である．

(2)　$\tan A=\sqrt{2}$ のとき，$\cos A$ の値を求めよ．

(3)　∠B＝90°，AB＝$3\sqrt{2}$，$\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき，BC，CA の長さをそれぞれ求めよ．

2　△ABC について，次の問いに答えよ．

(1)　AB＝$1+\sqrt{3}$，BC＝$\sqrt{2}$，CA＝2 のとき，∠A の大きさを求めよ．

(2)　3AC＝2AB，BC＝$2\sqrt{7}$，∠A＝60° のとき，AB，AC の長さをそれぞれ求めよ．

(3)　AB＝5，AC＝7，∠B＝60° のとき，BC の長さと △ABC の面積を求めよ．

(4)　$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{6}$，AB＝3，BC＝$\sqrt{3}$ のとき，AC の長さと △ABC の面積，および △ABC の外接円の半径を求めよ．

(5)　AB＝$3\sqrt{2}$，AC＝$2\sqrt{6}$，$\cos B=\frac{\sqrt{6}}{3}$ のとき，$\sin C$ の値および △ABC の外接円の半径を求めよ．

3　[1]　四角形 ABDC は円に内接しており，AB＝4，BC＝9，CA＝7 である．BD＝CD であるとき，$\cos A$ の値と BD の長さを求めよ．

[2]　四角形 ABCD は円に内接しており，AB＝3，BC＝CD＝7，DA＝5 である．このとき，$\cos A$ の値と BD の長さおよび四角形 ABCD の面積を求めよ．また，△ABD の外接円の半径を求めよ．

4　[1]　台形 ABCD において，AB と DC が平行であり，二つの対角線 AC，BD の交点を E とする．AB＝5，DC＝3，AE＝2，$\sin\angle\mathrm{BAE}=\frac{5}{13}$ であるとき，△ABE および台形 ABCD の面積を求めよ．

[2]　△ABC において，AB＝5，BC＝$2\sqrt{3}$，CA＝$4+\sqrt{3}$ とする．B を通り CA に平行な直線と △ABC の外接円 O との交点のうち，B と異なる方を D とする．このとき，$\cos\angle\mathrm{BAC}$ の値および CD，BD の長さを求めよ．また，台形 ADBC の面積を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

5 ［1］ $\angle B = 90^\circ$，$BC = 4$，$CA = 5$ の直角三角形 ABC の内接円の半径 r を求めよ．

［2］ $AB = AC = 3$，$BC = 2$ の $\triangle ABC$ の内接円 I の半径 r を求めよ．また，円 I の中心から点 C までの距離を求めよ．

［3］ $\triangle ABC$ において，$AB = BC$，$CA = \frac{1}{3}$，$\cos\angle ABC = \frac{1}{3}$ である．このとき，$\triangle ABC$ の外接円 O の半径 R を求めよ．また，直線 BO が辺 AC と交わる点を M とするとき，円 O の中心から点 M までの距離を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1 ［1］ 四角形 ABCD は円に内接し，$\angle ABC$ は鈍角で

$$AB = 2,\ BC = \sqrt{6},\ \sin\angle ABC = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

とする．また，線分 AC と BD は直角に交わるとする．

このとき

$$\cos\angle ABC = \frac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}},\quad AC = \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$$

となる．円の半径は $\dfrac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ であり

$$\sin\angle CAB = \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}},\quad \sin\angle ACB = \frac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$$

となる．また，三角形 ABC の面積は $\sqrt{\boxed{ス}}$ である．

さらに，AC と BD の交点を H とおくと

$$CH = \frac{\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}},\quad BD = \frac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}}$$

であり，四角形 ABCD の面積は $\boxed{トナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$ である．

［2］ 線分 AB を直径とする半円周上に 2 点 C，D があり

$$AC = 2\sqrt{5},\ AD = 8,\ \tan\angle CAD = \frac{1}{2}$$

であるとする．さらに，線分 AD と線分 BC の交点を E とする．

このとき

$$\cos\angle CAD = \frac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}.\quad CD = \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$$

である．

また

$\triangle ADC$ の面積は $\boxed{カ}$

であり，

$AB = \boxed{キク}$，$BD = \boxed{ケ}$，$DE = \boxed{コ}$

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　［1］　△ABC において，$AB=3$，$BC=\sqrt{7}$，$CA=2$ とし，辺 CA の A の側の延長上に点 D を DB＝DC となるようにとる．

このとき，$\angle BAC=$ [アイ]° であるから，$\cos\angle BAD=\dfrac{[ウエ]}{[オ]}$ である．このことより，AD＝ [カ] である．

よって，△ADB の面積は $\dfrac{[キク]}{[ケ]}\sqrt{[コ]}$ である．

さらに，C から辺 AB に下ろした垂線を CH とすると，

AH＝ [サ]，$CH=\sqrt{[シ]}$ である．点 A を通り辺 BC に平行な直線と CH の延長との交点を E とすると

$$EH=\frac{\sqrt{[ス]}}{[セ]}$$

である．

［2］　半径 $4\sqrt{7}$ の円 O に内接する三角形 ABC が

$$AB=14,\ \cos\angle ABC=\frac{3}{4}$$

を満たしている．このとき

$$\sin\angle ABC=\frac{\sqrt{[ア]}}{[イ]},\quad AC=[ウエ],\quad BC=[オカ]$$

である．

$\angle ABC$ の 2 等分線と円 O との交点のうち B と異なる方を D とする．$\angle ABC=\angle AOD$ であるから

$$AD=[キ]\sqrt{[クケ]}$$

である．さらに

$$\sin\angle ADC=\frac{\sqrt{[コ]}}{[サ]}$$

であるから，三角形 ACD の面積は

$$[シ]\sqrt{[ス]}$$

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　△ABC において，$AB=AC=10$，$\cos\angle BAC=\dfrac{4}{5}$ とする．辺 AB の中点を D とする．

(1)　C から AB に垂線をひき，垂線と AB との交点を H とする．

このとき，AH＝ **ア** ，CH＝ **イ** であり

$BC=$ **ウ** $\sqrt{\boxed{エオ}}$，$CD=$ **カ** $\sqrt{\boxed{キ}}$

である．また

$\angle BCD=$ **クケ** °

である．

(2)　△ABC の外接円を O とする．CD の延長と円 O との交点のうち C と異なる方を E とする．△ADE と相似な三角形は，次の⓪～③のうち **コ** である．

⓪　△ABC　　①　△CDB　　②　△CAE　　③　△ACH

したがって

$$AE=\frac{\boxed{サシ}\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}}$$

である．また，△ADE の面積は

$$\frac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$$

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　三角比

1 ［1］　三角形 ABC において，AC＝7，BC＝9，AB＜AC，$\cos B=\dfrac{2}{3}$ とする．

このとき

$$\sin B=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad AB=\boxed{\text{ウ}}$$

となる．三角形 ABC の外接円の半径は

$$\frac{\boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

であり

$$\sin A=\frac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}},\quad \cos A=\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である．また，三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である．

次に，外接円の周上に点 D を弦 BC に関して点 A の反対側にとる．BD＝CD であるとき

$$BD=\frac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である．

［2］　円 O に内接する四角形 ABCD は $AB=BC=2\sqrt{2}$，$BD=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=120^\circ$ を満たすとする．ただし，AD＞CD とする．このとき

$$AC=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}},\quad \angle BDC=\boxed{\text{ウエ}}^\circ$$

であり，円 O の半径は $\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ となる．また $\sin\angle BAD=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$

である．さらに

$$AD=\boxed{\text{ケ}}+\sqrt{\boxed{\text{コ}}},\quad CD=\boxed{\text{ケ}}-\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

であり，四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　△ABC において，AB＝7，BC＝$4\sqrt{2}$，∠ABC＝45°とする．また，△ABC の外接円の中心を O とする．

このとき，CA＝[ア]であり，外接円 O の半径は $\frac{[イ]}{[ウ]}\sqrt{[エ]}$ である．

以下の[オ]には，次の⓪〜③のうちから当てはまるものを一つ選べ．

⓪ AC　① AD　② BC　③ BD

外接円 O の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を △ABD と △CBD の面積比が 7 : 2 であるようにとる．このとき，∠BAD＝∠BCD であるから，△ABD と △CBD の面積比は

AB・AD と[オ]・CD

の比に等しい．

このことより

AD＝[カ]$\sqrt{[キ]}$CD

である．また，△ADC において ∠ADC＝[クケ]°であるから

CD＝$\sqrt{[コ]}$，AD＝[サ]$\sqrt{[シス]}$

である．

点 C から辺 AD に下ろした垂線を CH とすると

CH＝$\frac{\sqrt{[セソ]}}{[タ]}$

であり，△ADC を直線 AD を軸として 1 回転してできる立体の体積は

$\frac{[チ]}{[ツ]}\sqrt{[テト]}\pi$

である．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　△ABC において，AB＝2，BC＝$2\sqrt{13}$，AC＝6 とする．

このとき，∠CAB＝$\boxed{\text{アイウ}}^\circ$ であり，△ABC の面積は $\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である．

△ABC の外接円の中心を O とすると

$$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であるので，辺 AB の中点を M とすると $\mathrm{OM}=\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である．

次に，辺 AC 上に点 D を AB＝AD となるようにとる．△ABD の外接円の中心を O′ とすると

$$\mathrm{O'A}=\mathrm{O'B}=\boxed{\text{ス}},\quad \mathrm{O'M}=\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

である．

したがって

$$\mathrm{OO'}=\frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である．また

$$\tan\angle\mathrm{ODO'}=\frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２講　三角比

【CHECK & UP】

1　(1)　∠A が鈍角で，$\sin A=\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$ のとき

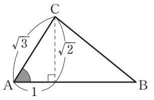
$$\cos A=-\sqrt{1-\left(\frac{5\sqrt{7}}{16}\right)^2}=-\sqrt{\frac{16^2-175}{16^2}}=-\frac{\sqrt{81}}{16}=-\mathbf{\frac{9}{16}}$$

> 三角比の世界において，鈍角のとき cos の値はマイナス．逆に与えられた cos の値がマイナスのときは鈍角．自分で描く図形に確実に反映させよう．

(2)　△ABC において $\tan A=\sqrt{2}>0$ より，∠A は鋭角である．

このとき　$\dfrac{1}{\cos^2 A}=1+\tan^2 A=3$　より　$\cos^2 A=\dfrac{1}{3}$

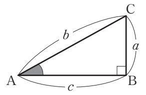
ゆえに　$\cos A=\mathbf{\dfrac{1}{\sqrt{3}}}\left(=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

> 鋭角とわかれば，「直角三角形」を考えることにより三角比の値を容易に出すことができる．
>
> $\tan A=\dfrac{\sqrt{2}}{1}$ より左下図．
>
> 
>
>
> よって
>
> $\cos A=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(3)　$\mathrm{CA}\times\cos A=\mathrm{AB}$　より　$\mathrm{CA}=\dfrac{\mathrm{AB}}{\cos A}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\mathbf{\dfrac{9}{2}}$

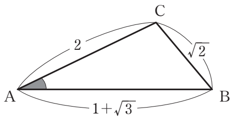
また　$\sin A=\sqrt{1-\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\dfrac{1}{3}$ より

$$\mathrm{BC}=\mathrm{CA}\times\sin A=\frac{9}{2}\cdot\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{3}{2}}$$

> △ABC で ∠B＝90° のとき
> 三角比の定義より
>
> $a=b\times\sin A$
>
> $c=b\times\cos A$
>
> 
>
>
> 直角三角形では定義に立ち返ろう．

2　(1)　余弦定理より

$$\cos A=\frac{4+(1+\sqrt{3})^2-2}{2\cdot 2\cdot(1+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}+6}{4(1+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{4(1+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

> まずは３辺の大小関係を明確にした上で図示しよう．最大辺は $\mathrm{AB}=1+\sqrt{3}=2.73\cdots$ である．
> また，cos の値ではなく「角度」を聞かれているので，cos の値は「有名値」，すなわち $\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のいずれか．図が大幅に狂っていなければ 60° にはならないことがわかる．すなわち，cos の値には「√が残る」と予想でき，変形にそれを活かすことができる．ちなみに $3=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}$，$2=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ である．
>
> 
>

ゆえに　**∠A＝30°**

(2)　3AC＝2AB より，AB：AC＝3：2

よって，AB＝$3x$，AC＝$2x$ とおくと，

> ２辺の比がわかっているとき（同じ長さのときも含む）は，与えられていなければ自分で文字を使って長さを表す．

余弦定理より　$28=9x^2+4x^2-2\cdot 3x\cdot 2x\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)$

$7x^2=28$　　$x^2=4$　$x>0$ より　$x=2$　　よって　AB＝**6**，AC＝**4**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　BC$=x$ とおくと余弦定理より

$$49=x^2+25-2\cdot5\cdot x\cdot\frac{1}{2}$$

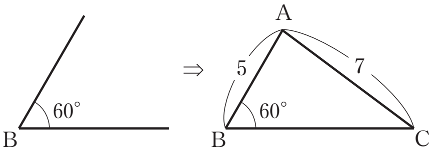
$$x^2-5x-24=0$$

$x>0$ より　$x=8$

ゆえに　BC$=\mathbf{8}$

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot5\cdot8\cdot\sin60^\circ=\mathbf{10\sqrt{3}}$$

図を描くのにとまどった人は，与えられているのが２辺と「その間ではない角」だからであろう．この場合は「角」から描くとよい．今回は ∠B $=60^\circ$ より



と描き進めよう．この後，求めたい辺を（与えられていなければ）x と置くのは言うまでもない．

(4)　余弦定理より

$$\mathrm{AC}^2=9+3-2\cdot3\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{6}=9\qquad \mathrm{AC}=\mathbf{3}$$

また，$\sin B=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2}=\frac{\sqrt{33}}{6}$ より

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot3\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{33}}{6}=\mathbf{\frac{3\sqrt{11}}{4}}$$

外接円の半径を R とおくと，正弦定理より

$$R=\frac{\mathrm{AC}}{2\cdot\sin B}=\frac{3}{2\cdot\frac{\sqrt{33}}{6}}=\frac{9}{\sqrt{33}}=\mathbf{\frac{3\sqrt{33}}{11}}$$

基本設定「２辺とその間の角」から始まる．余弦定理ですぐもう１辺も出せる．今回は AB＝AC すなわち二等辺三角形．このパターンは正確な図は辺がわかってからでもよいが，$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{6}<\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$ により ∠B は 60° ～ 90° の間の角であることがわかるであろう．三角形の面積は今回は公式．正弦定理は「外接円の半径」がらみがほとんどである．

(5)　$\sin B=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

正弦定理より　$\frac{\mathrm{AC}}{\sin B}=\frac{\mathrm{AB}}{\sin C}$

つまり　$\frac{2\sqrt{6}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sin C}$　　よって　$\sin C=\mathbf{\frac{1}{2}}$

外接円の半径を R とおくと，

正弦定理より　$R=\frac{2\sqrt{6}}{2\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}=\mathbf{3\sqrt{2}}$

正弦定理を用いて角度を出す問題が出ないとはいえない．たまに練習しておこう．また，外接円の半径が AB と同じ長さであることは使わないかもしれないが気にとめておこう．
ちなみに $\sin C$ の値から ∠C は 60° と 120° の２つの選択肢があると思った人は間違い．∠C の対辺である AB は最大辺ではないので，∠C が鈍角になることはあり得ない．つまり 60° 確定なのである．そう，三角形において鈍角になる資格がある角は，最大辺の対角のみ．もちろん，$\cos B$ の値から ∠B は鋭角かつ 90° に近いことから図示してもわかることであるが．

3　[1]　△ABC で余弦定理より $\cos A=\frac{16+49-81}{2\cdot4\cdot7}=-\frac{2}{7}$

まず図示する際，△ABC のうち最大辺は BC．よってこれが最も直径に近いポジションとなる．ただしその対角が鋭角か鈍角かは明確にはわからないため，余弦定理で出した cos の値の正負の結果から描く（描き直す）とよい．

よって　$\cos D=\frac{2}{7}$

BD＝CD＝x とおいて，

△BCD で余弦定理より

円に内接する四角形で，対角を考える際，
- 角度は $180^\circ-\theta$
- sin はそのまま
- cos は符号逆

$$81=x^2+x^2-2\cdot x\cdot x\cdot\frac{2}{7}\qquad x^2=\frac{7\cdot81}{10}\qquad x>0\ \text{より}\quad x=\frac{9\sqrt{7}}{\sqrt{10}}=\frac{9\sqrt{70}}{10}$$

よって　BD$=\mathbf{\frac{9\sqrt{70}}{10}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［2］　BD$=x$ とおくと，△ABD で余弦定理より

$$x^2=9+25-2\cdot3\cdot5\cdot\cos A=34-30\cos A \quad \cdots\cdots①$$

△CBD で余弦定理より

$$x^2=49+49-2\cdot7\cdot7\cdot(-\cos A)=98+98\cos A \quad \cdots\cdots②$$

①，②より　$34-30\cos A=98+98\cos A$

$\cos A=-\mathbf{\frac{1}{2}}$　　ゆえに　$\angle \mathrm{A}=120°$

このとき①より　$x^2=49$　　$x>0$ より　$x=7$　よって　BD$=\mathbf{7}$

$$\text{四角形 ABCD}=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{CBD}=\frac{1}{2}\cdot3\cdot5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\cdot7\cdot7\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{16\sqrt{3}}$$

△ABD の外接円の半径を R とすると　$R=\dfrac{7}{2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\mathbf{\dfrac{7}{\sqrt{3}}}\left(=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}\right)$

円に内接する四角形の４辺が与えられた場合である．図を描けば∠A が鈍角であることがわかる．また，誘導がなくとも四角形を対角線で分割した２つの三角形において①と②を立式できるようにしておこう．
また，BD＝7 であることより，△BCD は正三角形であることがわかる．

4　［1］　$\triangle\mathrm{ABE}=\dfrac{1}{2}\cdot5\cdot2\cdot\dfrac{5}{13}=\mathbf{\dfrac{25}{13}}$

△ABE∽△CDE であり，

△ABE と △CDE の相似比は 5：3，面積比は 25：9 である．

また，△ABE：△ADE ＝5：3＝25：15

同じく，△ABE：△CBE ＝25：15

よって　△ABE：△ADE：△CBE：△CDE ＝25：15：15：9

したがって　台形 ABCD：△ABE ＝64：25

ゆえに　台形 ABCD＝$\triangle\mathrm{ABE}\times\dfrac{64}{25}=\dfrac{25}{13}\cdot\dfrac{64}{25}=\mathbf{\dfrac{64}{13}}$

相似な三角形においては，相似比の２乗が面積比．
相似な三角形について問題文で触れている場合はやりやすいが，そうでない場合は「平行」はもちろん「角度が同じ」「角度を移す」といった誘導から相似が頭によぎるようになっておくこと．
高さが共通の２つの三角形においては，面積比＝底辺比．隣接している三角形に注意．また，底辺が共通の場合は，面積比＝高さの比．

［2］　△ABC で余弦定理より $\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{25+(4+\sqrt{3})^2-12}{2\cdot5\cdot(4+\sqrt{3})}=\dfrac{8(4+\sqrt{3})}{2\cdot5\cdot(4+\sqrt{3})}=\mathbf{\dfrac{4}{5}}$

円に内接する台形は等脚台形であることより CD＝AB＝**5**

BD$=x$ とおくと，△BCD で余弦定理より

$$12=x^2+25-2\cdot5\cdot x\cdot\frac{4}{5} \qquad x^2-8x+13=0 \qquad x=4\pm\sqrt{3}$$

△BCD で BD は最大辺ではないので，BD$=\mathbf{4-\sqrt{3}}$

$$\sin\angle\mathrm{BAC}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}$$

よって，台形 ADBC＝△ABC＋△BCD

$$=\frac{1}{2}\cdot5\cdot(4+\sqrt{3})\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\cdot5\cdot(4-\sqrt{3})\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{2}\cdot8=\mathbf{12}$$

円に内接する等脚台形の CD の長さを出すところはその性質ですぐに出したいところ．
また，△BDC において鈍角の対辺は CD(＝5) であり，ゆえに BD は「最大辺ではない」ので 5 より小さい値になる $4-\sqrt{3}$ が選択できたであろうか．
台形の面積のところでは sin の値を移した．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

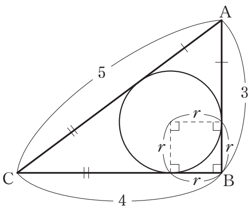
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

5　[1]　AB＝3 である．

右図より　$(3-r)+(4-r)=5$

ゆえに　$r=\mathbf{1}$

今回は「直角三角形」の内接円である．「正方形」「２接線の長さが等しい」ことを利用する．



[2]　BC の中点を M とすると △ABM で三平方の定理より

$\mathrm{AM}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

よって，$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

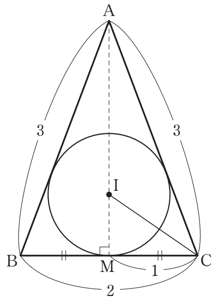
$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}r(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CA})$ より

$2\sqrt{2}=\dfrac{1}{2}r(3+2+3)$　　よって　$r=\mathbf{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$

△ICM で三平方の定理を適用し，求める距離は

$\mathrm{IC}=\sqrt{1^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{6}}{2}}$

角 A，B，C いずれかの cos の値を出し，sin に変換して面積を求めてもよいが，「二等辺三角形」である．よって A から下ろした垂線の足 M は内接円と辺 BC の「接点」である．



[3]　$\sin\angle\mathrm{ABC}=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ より，△ABC で正弦定理から

$$R=\frac{\frac{1}{3}}{2\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{8}}$$

また，△OAM で三平方の定理より

$$\mathrm{OM}=\sqrt{R^2-\mathrm{AM}^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{32}-\frac{1}{36}}=\sqrt{\frac{1}{4\cdot8}-\frac{1}{4\cdot9}}=\sqrt{\frac{9-8}{4\cdot8\cdot9}}=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{24}}$$

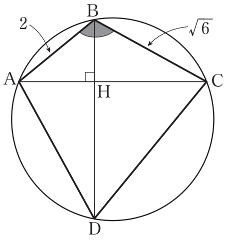
[2] と同様，「二等辺三角形」．図形の対称性から頂角から下ろした垂線が外接円の中心を通ること，そしてその垂線と外接円の中心および半径の絡みを確認したことであろう．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

【講義問題　解答例】 ※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

1

[1]　$\sin\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ より　$\cos\angle\mathrm{ABC}=-\sqrt{1-\dfrac{1}{3}}=-\sqrt{\dfrac{2}{3}}=\boldsymbol{-\dfrac{\sqrt{6}}{3}}$



△ABC で余弦定理より　$\mathrm{AC}^2=4+6-2\cdot2\cdot\sqrt{6}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)=18$

ゆえに　$\mathrm{AC}=\boldsymbol{3\sqrt{2}}$

円の半径を R とおくと　$R=\dfrac{\mathrm{AC}}{2\sin\angle\mathrm{ABC}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=\boldsymbol{\dfrac{3\sqrt{6}}{2}}$

△ABC で正弦定理より　$\dfrac{\sqrt{6}}{\sin\angle\mathrm{CAB}}=2R=3\sqrt{6}$　　ゆえに　$\sin\angle\mathrm{CAB}=\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

△ABC で正弦定理より　$\dfrac{2}{\sin\angle\mathrm{ACB}}=3\sqrt{6}$　　ゆえに　$\sin\angle\mathrm{ACB}=\dfrac{2}{3\sqrt{6}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}}{9}}$

$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot\sqrt{6}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\boldsymbol{\sqrt{2}}$

ここで，直角三角形 BCH について

$\mathrm{CH}=\mathrm{BC}\cdot\cos\angle\mathrm{ACB}=\sqrt{6}\cdot\sqrt{1-\dfrac{6}{81}}=\sqrt{6}\cdot\dfrac{5\sqrt{3}}{9}=\boldsymbol{\dfrac{5\sqrt{2}}{3}}$

よって　$\mathrm{AH}=\mathrm{AC}-\mathrm{CH}=3\sqrt{2}-\dfrac{5\sqrt{2}}{3}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$，

$\mathrm{BH}=\mathrm{BC}\cdot\sin\angle\mathrm{ACB}=\sqrt{6}\cdot\dfrac{\sqrt{6}}{9}=\dfrac{2}{3}$

ここで，$\angle\mathrm{ACB}=\angle\mathrm{ADB}$，$\angle\mathrm{DBC}=\angle\mathrm{DAC}$ より

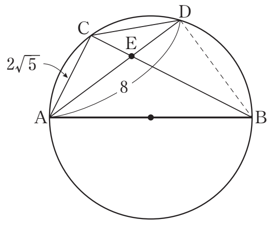
$\triangle\mathrm{HBC}\backsim\triangle\mathrm{HAD}$

よって　BH：CH＝AH：DH　つまり　$\dfrac{2}{3}:\dfrac{5\sqrt{2}}{3}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}:\mathrm{DH}$　$\mathrm{DH}=\dfrac{20}{3}$

よって　$\mathrm{BD}=\mathrm{BH}+\mathrm{DH}=\dfrac{2}{3}+\dfrac{20}{3}=\boldsymbol{\dfrac{22}{3}}$

四角形 $\mathrm{ABCD}=\triangle\mathrm{ABC}\cdot\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BH}}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{\dfrac{22}{3}}{\dfrac{2}{3}}=\boldsymbol{11\sqrt{2}}$

[2]　$\tan\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{1}{2}$ より　$\cos\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$　$\sin\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$



△ADC で余弦定理より　$\mathrm{CD}^2=64+20-2\cdot8\cdot2\sqrt{5}\cdot\dfrac{2}{\sqrt{5}}=20$

よって　$\mathrm{CD}=\boldsymbol{2\sqrt{5}}=\mathrm{AC}$

$\triangle\mathrm{ADC}=\dfrac{1}{2}\cdot8\cdot2\sqrt{5}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{8}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

△ACD で正弦定理より　$\mathrm{AB}=\dfrac{\mathrm{CD}}{\sin\angle\mathrm{CAD}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{\dfrac{1}{\sqrt{5}}}=\mathbf{10}$

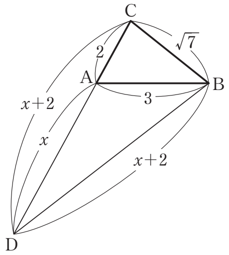
△ABD で三平方の定理より　BD＝**6**

△BDE で $\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{BD}}=\tan\angle\mathrm{DBE}=\tan\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{1}{2}$　より　$\mathrm{DE}=\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{BD}=\mathbf{3}$

2

［1］　△ABC で余弦定理より　$\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{4+9-7}{2\cdot2\cdot3}=\dfrac{1}{2}$　　ゆえに　$\angle\mathrm{BAC}=\mathbf{60°}$

よって　$\cos\angle\mathrm{BAD}=\mathbf{-\dfrac{1}{2}}$



AD＝x とすると，△ABD で余弦定理より

$$(x+2)^2=x^2+9-2\cdot3\cdot x\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$　ゆえに　$x=5$　　AD＝**5**

$$\triangle\mathrm{ABD}=\frac{1}{2}\cdot5\cdot3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{\frac{15\sqrt{3}}{4}}$$

ここで，C から辺 AB に下ろした垂線の足を H とすると，

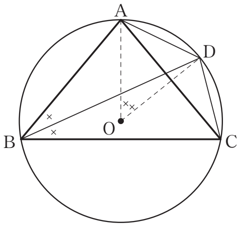
直角三角形 ACH で ∠A＝60° より　AH＝**1**，CH＝$\mathbf{\sqrt{3}}$　　よって　BH＝2

△AHE ∽ △BHC より　EH：CH＝AH：BH

よって　EH：$\sqrt{3}$ ＝1：2　　ゆえに　$\mathrm{EH}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

［2］　△ABC の外接円の半径を R とすると，$R=4\sqrt{7}$

また，$\sin\angle\mathrm{ABC}=\sqrt{1-\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{7}}{4}}$



正弦定理より　$\dfrac{\mathrm{AC}}{\sin\angle\mathrm{ABC}}=2R$ であるから

$\mathrm{AC}=2R\cdot\sin\angle\mathrm{ABC}=8\sqrt{7}\cdot\dfrac{\sqrt{7}}{4}=\mathbf{14}$

よって，△ABC は二等辺三角形である．ここで，BC の中点を M とすると

$$\mathrm{BM}=\mathrm{AB}\cdot\cos\angle\mathrm{ABC}=14\cdot\frac{3}{4}=\frac{21}{2}$$　ゆえに　BC＝2BM＝**21**

ここで，∠ABC＝∠AOD より，三角形 AOD で余弦定理を適用して

$$\mathrm{AD}^2=R^2+R^2-2\cdot R\cdot R\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{2}R^2$$　よって　$\mathrm{AD}=\dfrac{R}{\sqrt{2}}=\mathbf{2\sqrt{14}}$

また，∠ABD＝∠CBD より　AD＝CD＝$2\sqrt{14}$ であり，

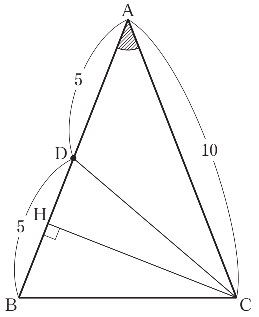
内接四角形の性質から　$\sin\angle\mathrm{ADC}=\sin\angle\mathrm{ABC}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{7}}{4}}$ である．

よって　$\triangle\mathrm{ACD}=\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{AD}\cdot\mathrm{CD}\cdot\sin\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot2\sqrt{14}\cdot2\sqrt{14}\cdot\dfrac{\sqrt{7}}{4}=\mathbf{7\sqrt{7}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 (1) $\triangle$ACH において，$AH = AC \cdot \cos\angle BAC = 10 \cdot \dfrac{4}{5} = 8$



よって　$CH = \mathbf{6}$

BH＝2 であるから　$\triangle$CBH で三平方の定理より

$$BC = \sqrt{4+36} = \mathbf{2\sqrt{10}}$$

また，DH＝3 であるから $\triangle$CDH で三平方の定理より

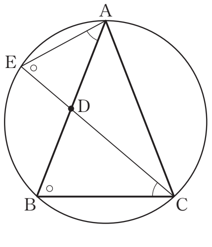
$$CD = \sqrt{9+36} = \mathbf{3\sqrt{5}}$$

$\triangle$BCD で余弦定理より　$\cos\angle BCD = \dfrac{40+45-25}{2\cdot 2\sqrt{10}\cdot 3\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

ゆえに　$\angle BCD = \mathbf{45^\circ}$

(2) $\triangle ADE \backsim \triangle$**CDB** より

AD：CD＝AE：CB　　つまり　$5 : 3\sqrt{5} = AE : 2\sqrt{10}$



よって　$AE = \mathbf{\dfrac{10\sqrt{2}}{3}}$

また　$\angle EAD = \angle BCD = 45^\circ$ より

$$\triangle ADE = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot \frac{10\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \mathbf{\frac{25}{3}}$$

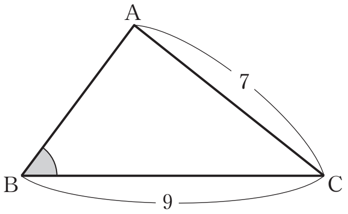
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　三角比

1

［1］　$\cos B=\dfrac{2}{3}$ より　$\sin B=\sqrt{1-\dfrac{4}{9}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$



AB$=x$ とおくと，余弦定理より　$49=x^2+81-2\cdot x\cdot 9\cdot\dfrac{2}{3}$

$x^2-12x+32=0$　　$x=4,\ 8$

AB＜AC より　AB$=\mathbf{4}$

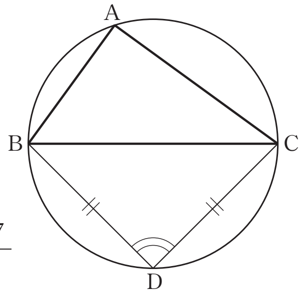
三角形 ABC の外接円の半径を R とすると

正弦定理より　$R=\dfrac{7}{2\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{3}}=\dfrac{21}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\mathbf{21\sqrt{5}}}{\mathbf{10}}$

正弦定理より　$\dfrac{BC}{\sin A}=2R$　　よって　$\sin A=\dfrac{BC}{2R}=9\cdot\dfrac{10}{2\cdot 21\sqrt{5}}=\dfrac{15}{7\sqrt{5}}=\dfrac{\mathbf{3\sqrt{5}}}{\mathbf{7}}$

余弦定理より　$\cos A=\dfrac{16+49-81}{2\cdot 4\cdot 7}=\dfrac{-16}{2\cdot 4\cdot 7}=-\dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 9\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\mathbf{6\sqrt{5}}$



BD$=$CD$=y$ とおく．

$\cos D=-\cos A=\dfrac{2}{7}$ であることから，△BCD で余弦定理より

$81=y^2+y^2-2\cdot y\cdot y\cdot\dfrac{2}{7}$　　$14y^2-4y^2=81\cdot 7$　　$y^2=\dfrac{81\cdot 7}{10}$

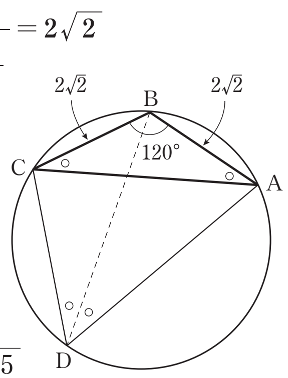
よって　$y=\dfrac{9\sqrt{7}}{\sqrt{10}}=\dfrac{9\sqrt{70}}{10}$　　ゆえに　BD$=\dfrac{\mathbf{9\sqrt{70}}}{\mathbf{10}}$

［2］　AB$=$BC$=2\sqrt{2}$，$\angle$ABC$=120°$ より　$\angle$BAC$=\angle$BCA$=30°$

円の弦の性質より　$\dfrac{1}{2}$AC$=$AB$\cdot\cos\angle$BAC

ゆえに　AC$=2\cdot 2\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{2\sqrt{6}}$　　また　$\angle$BDC$=\angle$BAC$=\mathbf{30°}$

円 O の半径を R とすると，△BAC で正弦定理より　$R=\dfrac{2\sqrt{6}}{2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\mathbf{2\sqrt{2}}$



また，△BAD で正弦定理より　$\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}=2R$

よって　$\sin\angle BAD=\dfrac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\mathbf{\sqrt{6}}}{\mathbf{4}}$

さらに　AD$=x$ として △BAD で余弦定理より

$8=x^2+12-2\cdot x\cdot 2\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　$x^2-6x+4=0$　　$x=3\pm\sqrt{5}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

同様に CD $=y$ として △BCD で余弦定理より

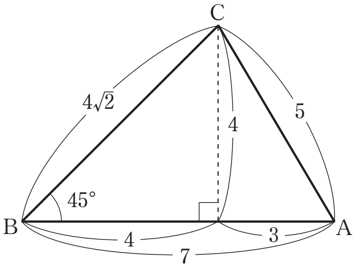
$$y^2-6y+4=0 \qquad y=3\pm\sqrt{5}$$

AD＞CD より　AD $=\mathbf{3+\sqrt{5}}$　　CD $=3-\sqrt{5}$

四角形 ABCD＝△ABC＋△ADC

$$=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{3\sqrt{3}}$$

2　右図より　CA $=\mathbf{5}$



よって，外接円 O の半径を R とすると

$$R=\frac{5}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}=\mathbf{\frac{5\sqrt{2}}{2}}$$

△ABD：△CBD

$$=\frac{1}{2}\cdot \mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\cdot\sin\angle\mathrm{BAD}:\frac{1}{2}\cdot\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CD}\cdot\sin\angle\mathrm{BCD}=\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}:\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CD}$$　（オは②）

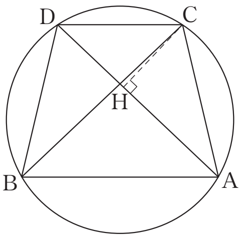
この比が 7：2 であることより，

$$7\cdot\mathrm{AD}:4\sqrt{2}\cdot\mathrm{CD}=7:2 \qquad \text{ゆえに}\quad \mathrm{AD}=\mathbf{2\sqrt{2}}\,\mathrm{CD}$$

したがって　CD $=t$，AD $=2\sqrt{2}\,t$ とおくことができる．

また，∠ADC＝∠CBA＝**45°** であることから，△ACD で余弦定理より

$$25=t^2+8t^2-2\cdot t\cdot 2\sqrt{2}\,t\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad t^2=5 \qquad t=\sqrt{5}$$



よって　CD $=\mathbf{\sqrt{5}}$，AD $=\mathbf{2\sqrt{10}}$

△CDH は直角三角形より

$$\mathrm{CH}=\mathrm{CD}\cdot\sin\angle\mathrm{CDH}=\sqrt{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{10}}{2}}$$

△ADC を直線 AD を軸として 1 回転してできる立体の体積は，
CH を半径とする円を底面とする円すいを考えて

$$\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot\mathrm{CH}^2\cdot\mathrm{AH}+\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot\mathrm{CH}^2\cdot\mathrm{DH}=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot\frac{10}{4}\cdot\mathrm{AD}=\mathbf{\frac{5}{3}\sqrt{10}}\,\pi$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　△CAB で余弦定理より　$\cos\angle\mathrm{CAB}=\dfrac{4+36-52}{2\cdot2\cdot6}=\dfrac{-12}{2\cdot2\cdot6}=-\dfrac{1}{2}$

よって　$\angle\mathrm{CAB}=\mathbf{120^\circ}$

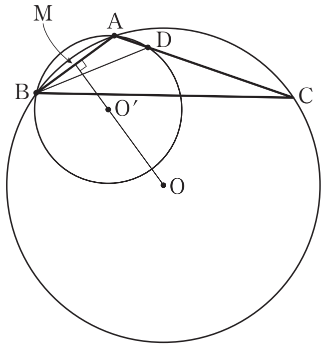
$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot2\cdot6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{3\sqrt{3}}$$

OA，OB は △ABC の外接円 O の半径である．よって，△ABC で正弦定理より

$$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\frac{2\sqrt{13}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=\mathbf{\frac{2\sqrt{39}}{3}}$$

また，△OAB は二等辺三角形より　AM＝BM＝1

よって　$\mathrm{OM}=\sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{39}}{3}\right)^2-1}=\sqrt{\dfrac{49}{3}}=\dfrac{7}{\sqrt{3}}=\mathbf{\dfrac{7\sqrt{3}}{3}}$



O′A，O′B は △ABD の外接円 O′ の半径である．

また，△ABD で余弦定理より

$$\mathrm{BD}^2=4+4-2\cdot2\cdot2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=12 \qquad \mathrm{BD}=2\sqrt{3}$$

△ABD で正弦定理より　$\mathrm{O'A}=\mathrm{O'B}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=\mathbf{2}$

よって，△O′AB は1辺の長さが2の正三角形より　$\mathrm{O'M}=\mathbf{\sqrt{3}}$

したがって　$\mathrm{OO'}=\mathrm{OM}-\mathrm{O'M}=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}=\mathbf{\dfrac{4\sqrt{3}}{3}}$

また，同様に △O′AD も1辺の長さが2の正三角形である．

よって　$\angle\mathrm{DO'M}=60^\circ+30^\circ=90^\circ$　より，△DO′O は $\angle\mathrm{DO'O}=90^\circ$ の直角三角形である．

ゆえに　$\tan\angle\mathrm{ODO'}=\dfrac{\mathrm{OO'}}{\mathrm{DO'}}=\dfrac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{2}=\mathbf{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。